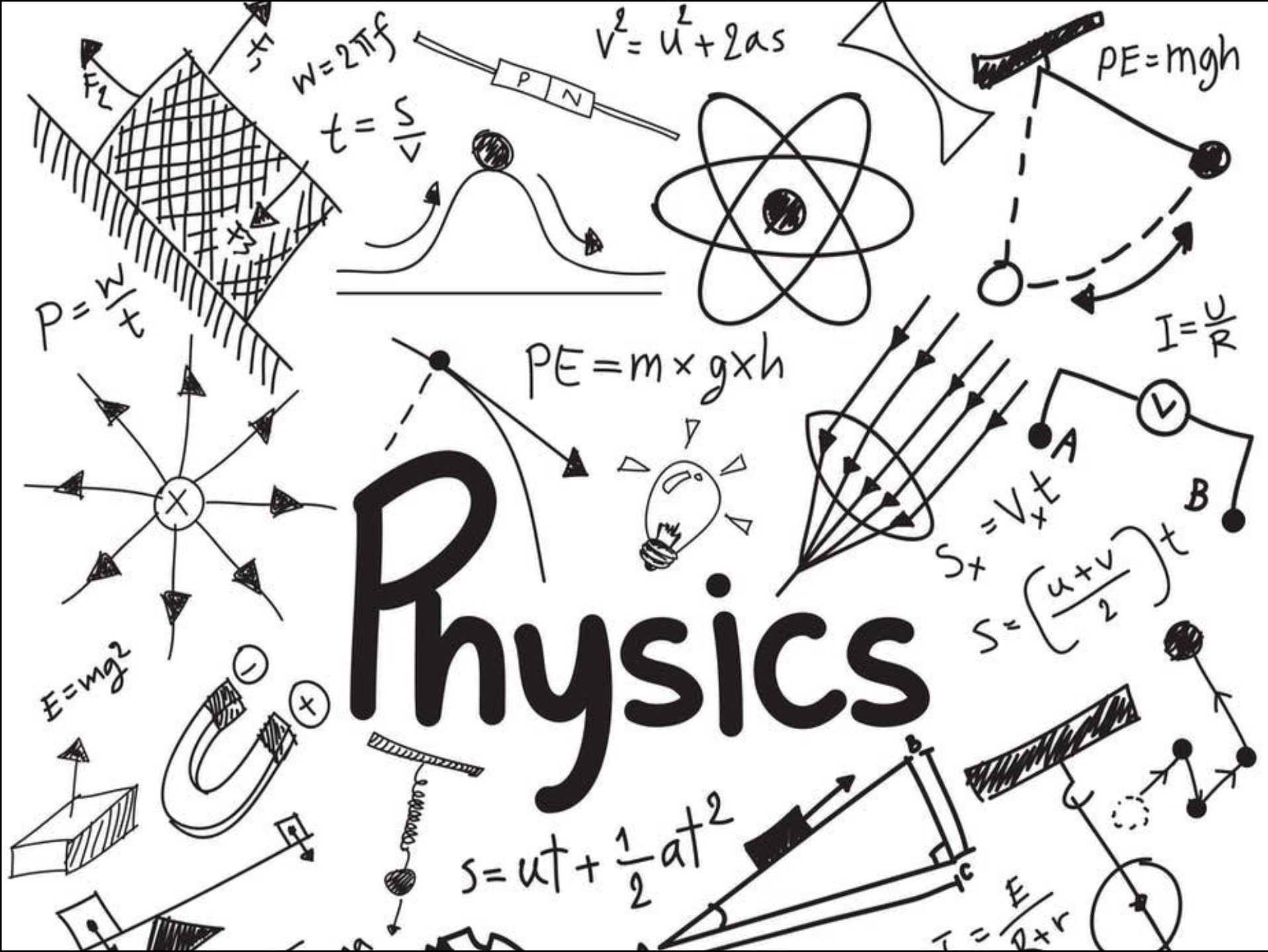


# Physics



# Reminder...

- Διαλέξεις
  - Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- COVID attention: προσέρχεστε με τα απαραίτητα δικαιολογητικά
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Ηλεκτρικό Δυναμικό



Εικόνα: Οι διαδικασίες που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας προκαλούν μεγάλες διαφορές ηλεκτρικού δυναμικού ανάμεσα στα σύννεφα και στο έδαφος. Το αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς είναι μια ηλεκτρική εκφόρτιση που τη λέμε «κεραυνό», όπως στην εικόνα.

# Φυσική για Μηχανικούς

## Ηλεκτρικό Δυναμικό

# Ηλεκτρικό Δυναμικό (review...)

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό**

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό:** ηλεκτρική δυναμική ενέργεια συστήματος {πεδίου-φορτίου}, προς φορτίο:

$$V = \frac{U_e}{q_0}$$

- **Διαφορά δυναμικού** μεταξύ δυο σημείων (A) και (B): η **μεταβολή** στην ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος {πεδίο-φορτίο} όταν ένα φορτίο  $q_0$  μετακινείται μεταξύ των σημείων (A) και (B), δια το φορτίο  $q_0$  αυτό:

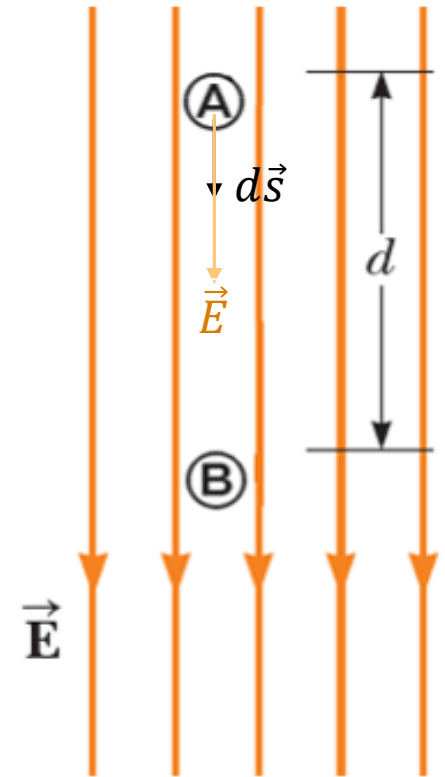
$$\Delta V_{A \rightarrow B} = V_B - V_A = \frac{\Delta U_e}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Μονάδα μέτρησης: J/C = Volt (V)

Δεν εξαρτάται  
από φορτίο  
εντός πεδίου –  
αποτελεί  
**χαρακτηριστικό  
του πεδίου!**

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Διαφορά Δυναμικού
- Ας απλοποιήσουμε τα πράγματα ☺
- Έστω ένα **ομογενές** ηλεκτρικό πεδίο
- Ας υπολογίσουμε τη  $\Delta V$  ανάμεσα στα σημεία (A), (B), απόστασης  $d$
- Η μετατόπιση  $d\vec{s}$  από το (A) στο (B) είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές



$$V_B - V_A = \Delta V_{A \rightarrow B} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B E ds = -E \int_A^B ds = -Ed$$

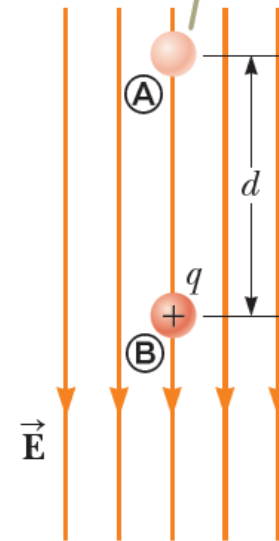
- Άρα

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = -Ed$$

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

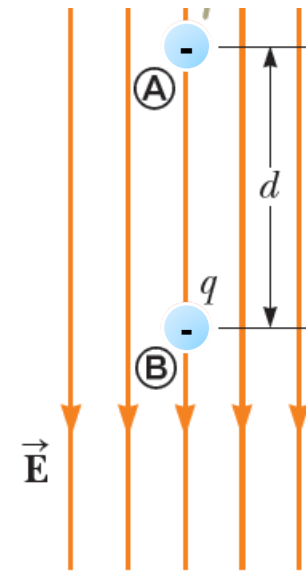
- Διαφορά Δυναμικού
- Ας θεωρήσουμε τώρα ένα φορτίο  $+q$  που κινείται από το (A) στο (B)
- Τότε  $\Delta U_e = q\Delta V_{A \rightarrow B} = -qEd$
- Βλέπουμε ότι  $\Delta U_e < 0$ 
  - Αυτό σημαίνει ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει όταν το θετικό φορτίο κατευθύνεται προς την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών
  - Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (A) ένα φορτίο  $q > 0$ , αυτό θα κινηθεί προς τα «κάτω» λόγω ηλεκτρ. δύναμης
    - Άρα επιταχύνεται  $\rightarrow$  αποκτά κινητική ενέργεια
    - Όσο προχωρά προς τα κάτω, η δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μειώνεται εξίσου με την αύξηση της κιν. ενέργειας!
    - Σας εκπλήσσει αυτό; ☺ Γιατί συμβαίνει;

Όταν ένα θετικό φορτίο μετακινείται από το (A) στο (B), η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μικραίνει.



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Διαφορά Δυναμικού
- Ας θεωρήσουμε, στην ίδια διάταξη, τώρα ένα φορτίο  $-q$  που κινείται από το (B) στο (A) (δε γίνεται να κινηθεί  $A \rightarrow B$ )
- Τότε  $\Delta U_e = -q\Delta V_{B \rightarrow A} = -q(Ed) = -qEd$ 
  - ...αφού τώρα μετράμε  $\Delta V_{B \rightarrow A}$  και όχι  $\Delta V_{A \rightarrow B}$
- Βλέπουμε ότι πάλι  $\Delta U_e < 0$ !
  - Αυτό σημαίνει ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος φθίνει ξανά όταν το αρνητικό φορτίο κατευθύνεται προς αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών
  - Άρα, αν αφήσουμε στη θέση (B) ένα φορτίο  $q < 0$ , αυτό θα κινηθεί προς τα «πάνω» λόγω ηλεκτρ. δύναμης
    - Άρα επιταχύνεται  $\rightarrow$  αποκτά κινητική ενέργεια
    - Όσο προχωρά προς τα πάνω, η δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίο-πεδίο μειώνεται εξίσου.



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

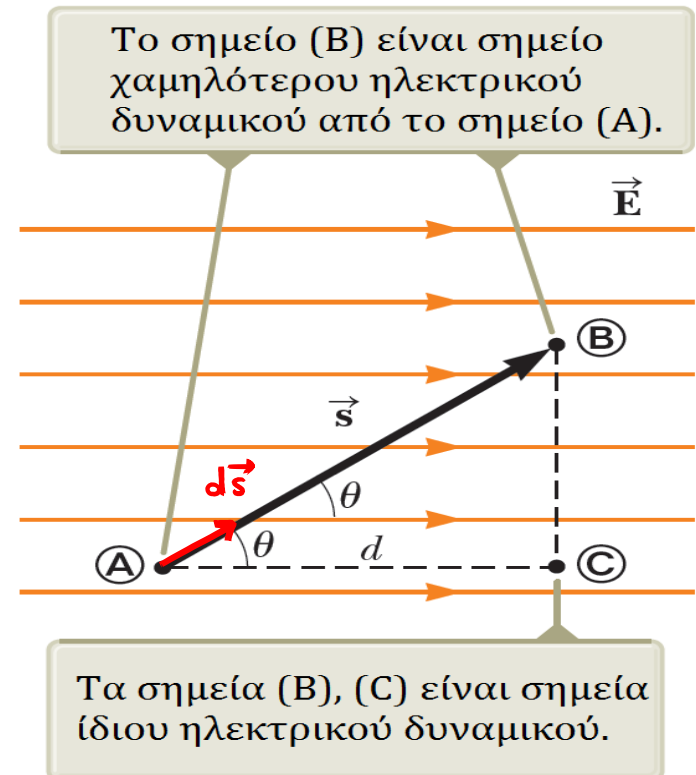
- Διαφορά Δυναμικού
- Ας γενικεύσουμε τώρα για μετατόπιση μη παράλληλη στις δυναμικές γραμμές
- Έστω ότι η μετατόπιση  $\vec{s}$  από το (A) στο (B) ΔΕΝ είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές

- Τότε για τη μετατόπιση  $\vec{s}$

$$\begin{aligned}\Delta V_1 &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B E ds \cos(\theta) = -E \cos(\theta) \int_A^B ds = -E \underbrace{s \cos(\theta)}_d \\ &= -Ed\end{aligned}$$

Άρα για το σύστημα πεδίο-φορτίο

$$\Delta U_e = q\Delta V = -qEd$$



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

- Διαφορά Δυναμικού

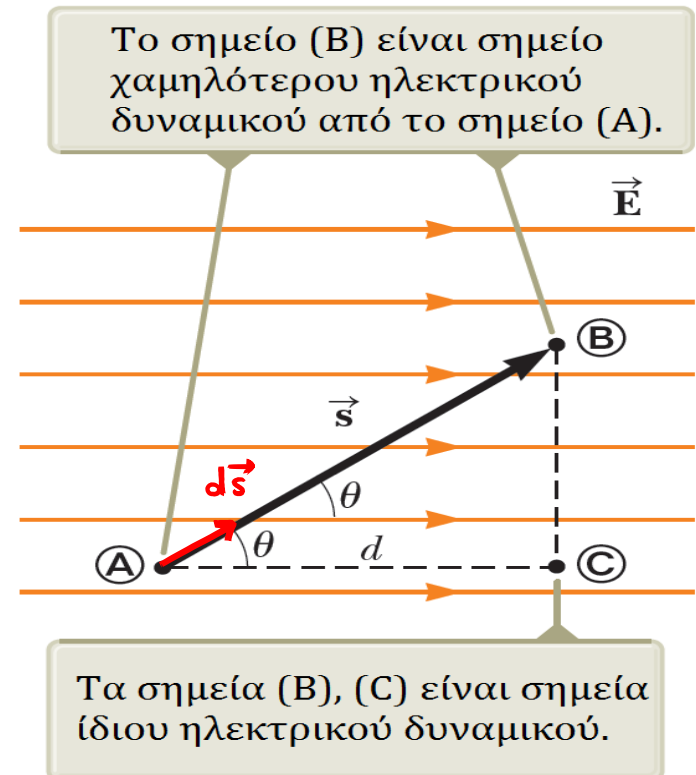
- Άρα για το σύστημα πεδίο-φορτίο

$$\Delta U_e = -q\vec{E} \cdot \vec{s} = -qEd$$

- Όμως είδαμε πριν ότι

$$\Delta V_2 = - \int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \int_A^C d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s} = -Ed$$

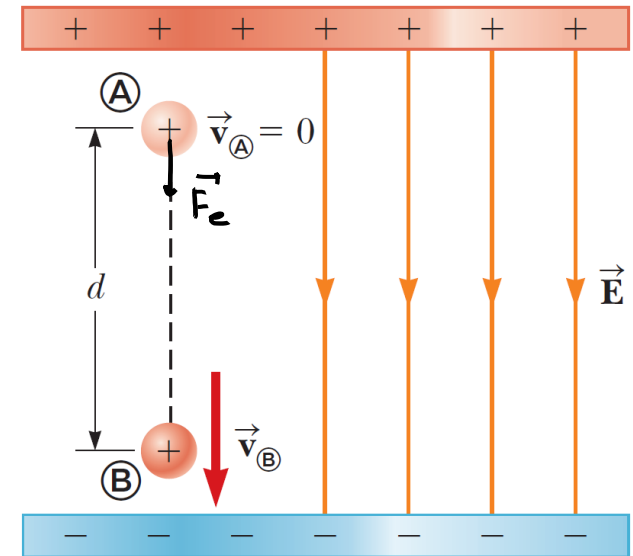
- Συμπέρασμα: όλα τα σημεία που βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο στο πεδίο έχουν ίδιο δυναμικό (**ισοδυναμική επιφάνεια**)



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Παράδειγμα:

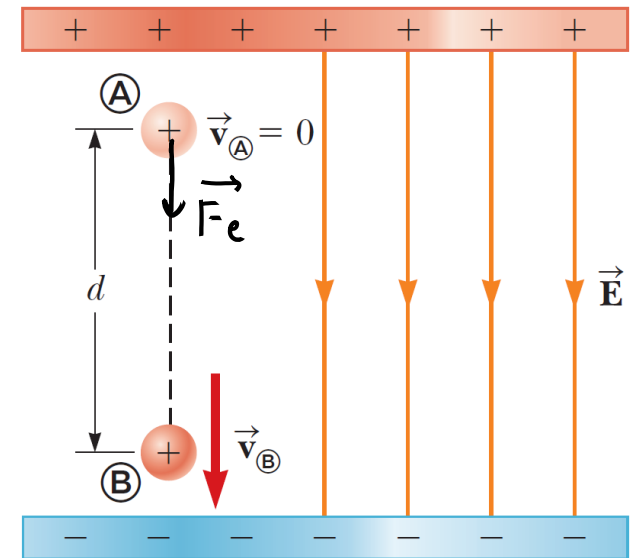
- Ένα πρωτόνιο αφήνεται από το σημείο (A) σε ομογενές ηλεκτρ. πεδίο μέτρου  $8 \times 10^4 \frac{V}{m}$ . Το πρωτόνιο υπόκειται σε μετατόπιση μέτρου  $d = 0.5 \text{ m}$  στο σημείο (B) στην κατεύθυνση του  $\vec{E}$ . Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου στη θέση (B). Θεωρήστε ότι  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  και  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## Παράδειγμα – Λύση:

- Βρείτε την ταχύτητα του πρωτονίου στη θέση (B). Θεωρήστε ότι  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  και  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .



Θαυρώ το σύστημα {πεδίο + φορείς}.

Το σύστημα είναι κλειστό. Η μόνη

δύναμη που ασκείται στο σύστημα είναι αυτή της ηλεκτρικής δύναμης. Η τελευταία είναι συντηρητική. Άρα από Α.Δ.Μ.Ε. από τη θέση  $A \rightarrow B$ :

$$\Delta K_{A \rightarrow B} + \Delta U_{e, A \rightarrow B} = 0$$

$$K_B - \cancel{K_A} + \Delta U_{e, A \rightarrow B} = 0$$

$$\frac{1}{2} m_p u_B^2 = -\Delta U_{e, A \rightarrow B} = -(-q_p E d) = q_p E d$$

$$\text{Άρα } u_B^2 = \frac{2q_p E d}{m_p} \Rightarrow u_B = \sqrt{\frac{2q_p E d}{m_p}} \approx 2.8 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Διαφορά Δυναμικού

- Θα μελετήσουμε διαφορές δυναμικού σε δυο περιπτώσεις
- 1. Δυναμικό από σημειακά φορτία
- 2. Δυναμικό από κατανομή φορτίου

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

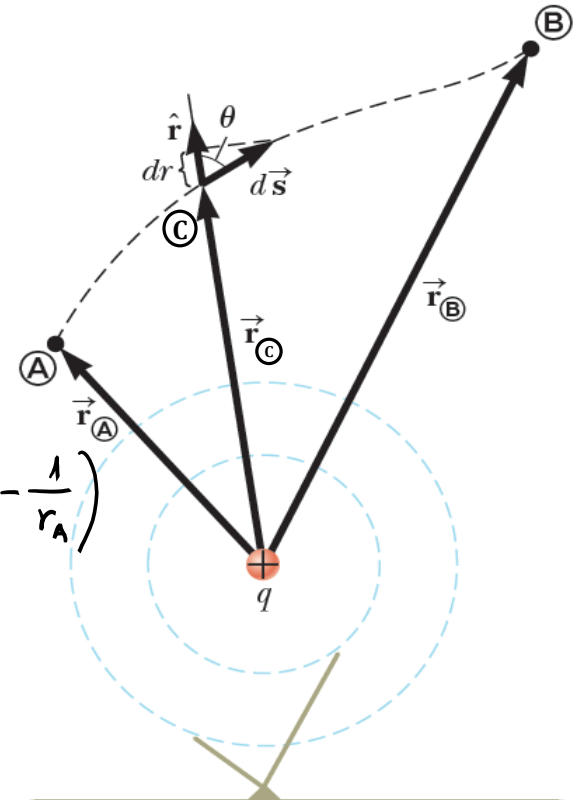
- Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία

- Μπορεί κανείς να δείξει ότι:

για δυο σημεία (A), (B) εντός ηλεκτρικού πεδίου πηγής φορτίου  $q$  που απέχουν απόσταση  $r_A, r_B$  από την πηγή φορτίου, η διαφορά δυναμικού  $\Delta V_{A \rightarrow B}$  δίνεται από τη σχέση

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = V_B - V_A = \frac{k_e q}{r_B} - \frac{k_e q}{r_A} = k_e q \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

- Βλέπετε ότι είναι ανεξάρτητο της διαδρομής από το (A) στο (B)
  - Το πεδίο είναι **συντηρητικό**
- Επίσης, εξαρτάται μόνο από τα  $r_i$
- Ποια η σχέση για το ηλεκτρικό δυναμικό σε ένα τυχαίο σημείο C?



Οι δυο διακεκομμένοι κύκλοι αναπαριστούν τομές σφαιρικών επιφανειών με ίδιο δυναμικό.

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία

- Συνήθως θεωρούμε ότι  $V = 0$  σε ένα σημείο μακριά από την πηγή φορτίου, με  $r_{\text{μακριά}} = \infty$
- Ηλεκτρικό δυναμικό  $V_C$  λόγω σημειακού φορτίου σε απόσταση  $r_C$  από το φορτίο:

$$V_C - V_{\text{μακριά}} = V_C - 0 = k_e \frac{q}{r_C}$$

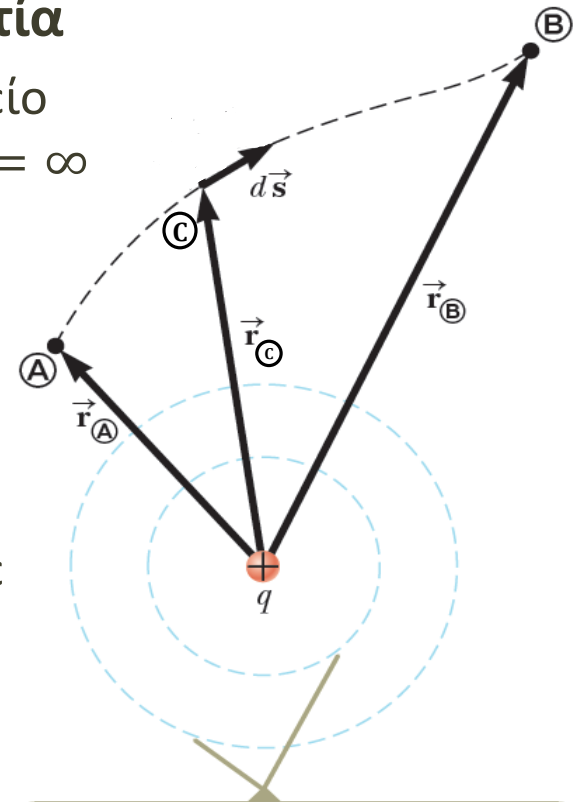
- Άρα τελικά για οποιοδήποτε σημείο C σε απόσταση  $r_C$  από την πηγή  $q$  θα έχουμε

$$V_C = k_e \frac{q}{r_C}$$

Αριθμός!!

- Για πολλές πηγές φορτίου,

$$V = \sum V_i = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$



Οι δυο διακεκομμένοι κύκλοι αναπαριστούν τομές σφαιρικών επιφανειών με ίδιο δυναμικό.

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία

- Ας θεωρήσουμε τώρα την περίπτωση όπου κάποια **εξωτερική** δύναμη μετακινεί ένα φορτίο στο πεδίο
  - Από ένα σημείο (A) σε ένα (B)
  - Χωρίς να αλλάζει την κινητική του ενέργεια (σταθερή ταχύτητα)
  - Αλλάζει όμως η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια!
    - Αλλαγή της διάταξης/σύνθεσης/διαμόρφωσης του συστήματος
- Μη απομονωμένο σύστημα {πεδίο-φορτίο}:
  - Αρχή Διατήρησης Ενέργειας

$$\left. \begin{aligned} W_{ext} &= \Delta K + \Delta U_e = 0 + \Delta U_e \\ \Delta V_{A \rightarrow B} &= \frac{\Delta U_e}{q} \Rightarrow \Delta U_e = q \Delta V_{A \rightarrow B} \end{aligned} \right\} W_{ext} = q \Delta V_{A \rightarrow B}$$

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ◉ Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία

- ◉ Για ένα φορτίο  $q_2$  που έρχεται στο πεδίο πηγής  $q_1$  σε απόσταση  $r_{12}$  μέσω **εξωτερικής** δύναμης έργου  $W_{ext}$
- ◉ Το φορτίο  $q_2$  έρχεται από πολύ «μακριά»:  $V_{μακριά} = 0$ 
  - ◉ Επίσης, όταν το  $q_2$  βρίσκεται «μακριά», η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων θεωρείται μηδενική
  - ◉ Το έργο  $W_{ext}$  μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια  $U_e$  του συστήματος των φορτίων
  - ◉ Δηλ.  $W = \Delta U_e$ , άρα η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ενός ζεύγους φορτίων είναι

$$\Delta U_e = W = q_2 \Delta V = q_2 (V - V_{μακριά})$$

$$U_e - 0 = q_2 \left( k_e \frac{q_1}{r_{12}} - 0 \right)$$

$$U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Δυναμικό από σημειακά φορτία**

- Για ένα φορτίο  $q_2$  που έρχεται στο πεδίο φορτίου  $q_1$  σε απόσταση  $r_{12}$  μέσω εξωτερικής δύναμης

$$U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

- Αν  $U > 0$ , το έργο της εξωτ. δύναμης είναι θετικό
  - Τα φορτία απωθούνται, άρα πρέπει να παραχθεί έργο από την εξωτερική δύναμη για να τα φέρει σε απόσταση  $r_{12}$
- Αν  $U < 0$ , το έργο της εξωτ. δύναμης είναι αρνητικό
  - Τα φορτία έλκονται, άρα πρέπει να παραχθεί αρνητικό έργο (χρειάζεται δύναμη αντίθετη στην μετατόπιση (έλξη) των φορτίων) για να τα κρατήσουμε σε απόσταση  $r_{12}$

- Για πολλά φορτία,

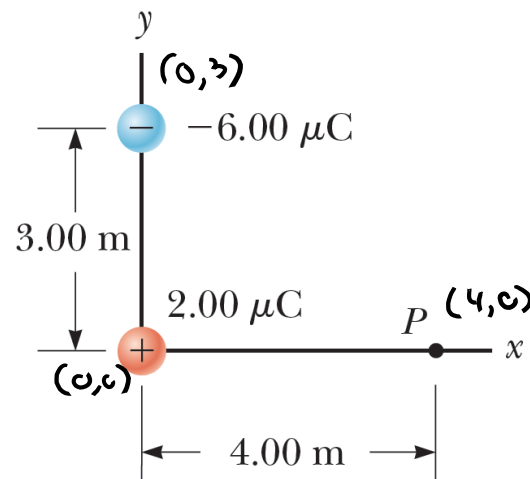
$$U_e = k_e \sum \frac{q_i q_j}{r_{ij}}, i < j$$

- Αθροίζουμε όλες τις τιμές δυναμικής ενέργειας που οφείλονται σε ένα ζεύγος φορτίων

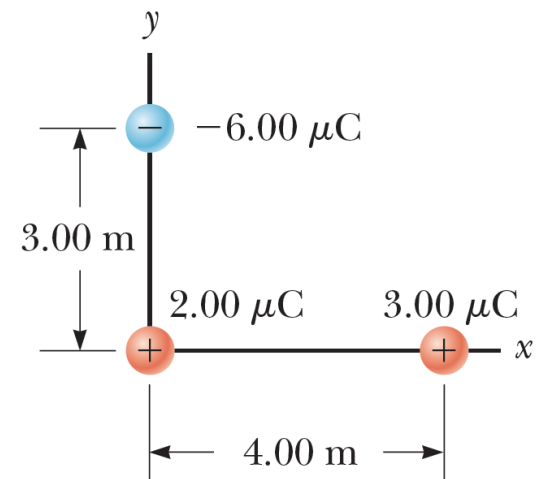
# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Παράδειγμα:

- Ένα φορτίο  $q_1 = 2 \mu\text{C}$  βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο  $q_2 = -6 \mu\text{C}$  στη θέση  $(0, 3) \text{ m}$ .  
Α) Βρείτε το συνολικό ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P με συντεταγμένες  $(4, 0) \text{ m}$ .  
Β) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, συν ένα τρίτο φορτίο  $q_3 = 3 \mu\text{C}$ , όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.



a



b

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Παράδειγμα – Λύση:

- Ένα φορτίο  $q_1 = 2 \mu\text{C}$  βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο  $q_2 = -6 \mu\text{C}$  στη θέση  $(0, 3) \text{ m}$ .

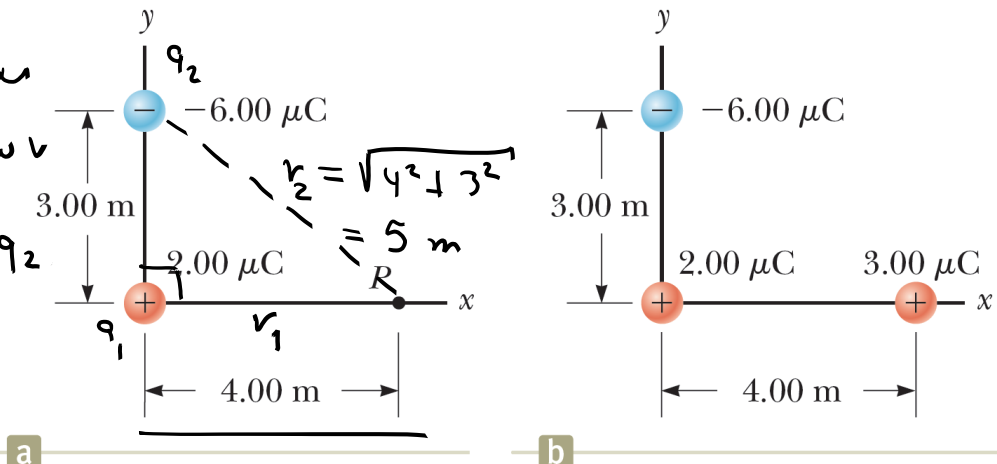
Α) Βρείτε το συνολικό ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P με συντεταγμένες  $(4, 0) \text{ m}$ .

Το δυναμικό στο P θα είναι  
το άθροισμα των δυναμικών  
εξ' ατίας τα  $q_1$  και τα  $q_2$

$$\text{Άρα: } V_P = V_{q_1}^P + V_{q_2}^P$$

$$= k_e \frac{q_1}{r_1} + k_e \frac{q_2}{r_2} = k_e \frac{q_1}{4} + k_e \frac{q_2}{5} =$$

$$= k_e \left( \frac{q_1}{4} + \frac{q_2}{5} \right) = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4} + \frac{-6 \cdot 10^{-6}}{5} \right) \approx -63 \cdot 10^3 \text{ V}$$



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Παράδειγμα – Λύση:

- Ένα φορτίο  $q_1 = 2 \mu\text{C}$  βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ ένα φορτίο  $q_2 = -6 \mu\text{C}$  στη θέση  $(0, 3) \text{ m}$ .

Β) Βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος των δυο φορτίων, συν ένα τρίτο φορτίο  $q_3 = 3 \mu\text{C}$ , όταν το τελευταίο έρχεται από το άπειρο στο σημείο P.

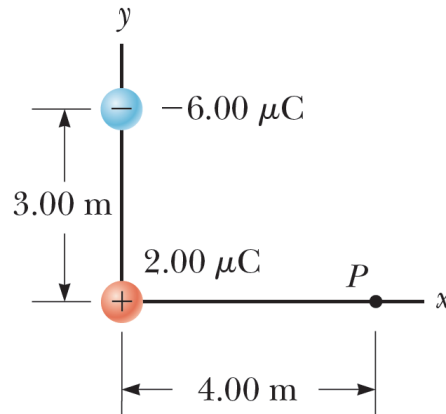
Θεωρούμε ότι η  $U_e$  του συστήματος είναι 0 όταν το  $q_3$  είναι στο "άπειρο".

Άρα:

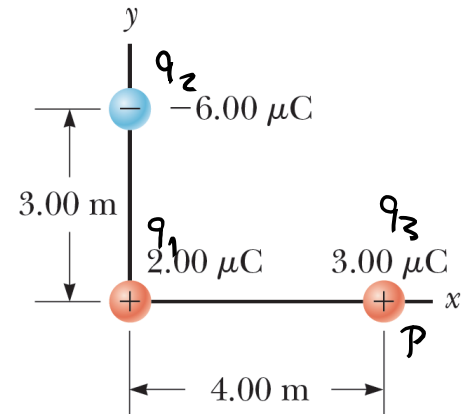
$$\Delta U_e = U_e - U_{e, \text{άπειρο}}$$

$$= k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k_e \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + k_e \frac{q_1 q_3}{r_{13}}, \text{ ενεργειακά:}$$

$$\Delta U_e = q_3 V_P = 3 \cdot 10^{-6} (-6.3 \cdot 10^3) = -1.9 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$



a



b

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Ηλεκτρικό Πεδίο από Ηλεκτρικό Δυναμικό**

- Μπορούμε να βρούμε το ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$  από το δυναμικό  $V$ ;
- Αν θεωρήσουμε μια μικρή διαφορά δυναμικού  $dV$  μεταξύ δυο σημείων απειροστά μικρής απόστασης  $d\vec{s}$ , τότε

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Αν το ηλεκτρ. πεδίο έχει μόνο μια συνιστώσα (έστω  $x$ , αλλά ισχύει και για τις υπόλοιπες συνιστώσες), τότε

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = -E_x dx$$

και άρα

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Τι σας θυμίζει??

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Συνεχής κατανομή φορτίου**

- Ας γενικεύσουμε τα αποτελέσματά μας σε μια συνεχή κατανομή φορτίου
- Υπάρχουν δυο τρόποι υπολογισμού δυναμικού σε συνεχή κατανομή φορτίου:
  - **1. Αν η κατανομή φορτίου είναι γνωστή: θεωρούμε το δυναμικό  $dV$  σε σημείο P απόστασης  $r$  λόγω σημειακού φορτίου  $dq$ , το οποίο είναι**

$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

και ολοκληρώνουμε, παίρνοντας

$$V = \int dV = k_e \int \frac{dq}{r}$$

Σημείο μηδενικού δυναμικού θεωρείται ένα σημείο απείρως μακριά από το φορτίο.

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

- **Συνεχής κατανομή φορτίου**

- Ας γενικεύσουμε τα αποτελέσματά μας σε μια συνεχή κατανομή φορτίου
- Υπάρχουν δυο τρόποι υπολογισμού δυναμικού σε συνεχή κατανομή φορτίου:
  - **2. Αν το ηλεκτρικό πεδίο είναι γνωστό από κάποια άλλη μέθοδο: εκτιμούμε το  $\vec{E}$ , και αντικαθιστούμε στην**

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

για να βρούμε τη διαφορά δυναμικού  $\Delta V$ . Τέλος, επιλέγουμε βολικό σημείο μηδενικού δυναμικού.

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

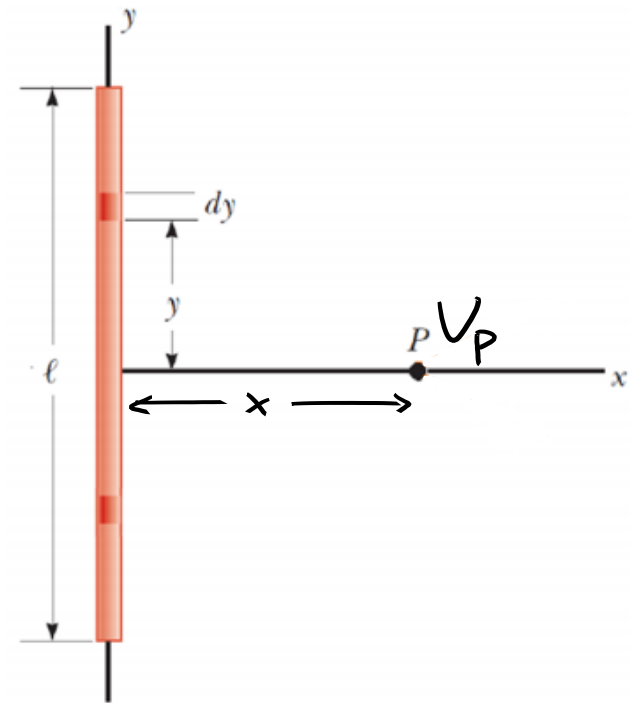
## ● Παράδειγμα 1:

- Βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P για μια ράβδο μήκους  $l$  με ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους  $\lambda$  και συνολικό φορτίο  $Q > 0$ . Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο ίδιο σημείο.

Hint: από ηλεκτρικά πεδία

$$\vec{E}_P = k_e \frac{Q}{x \sqrt{x^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \vec{i}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Παράδειγμα 1 – Λύση:

- Βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P για μια ράβδο μήκους  $l$  με ομοιόμορφη κατανομή θετικού φορτίου ανά μονάδα μήκους  $\lambda$  και συνολικό φορτίο  $Q > 0$ .

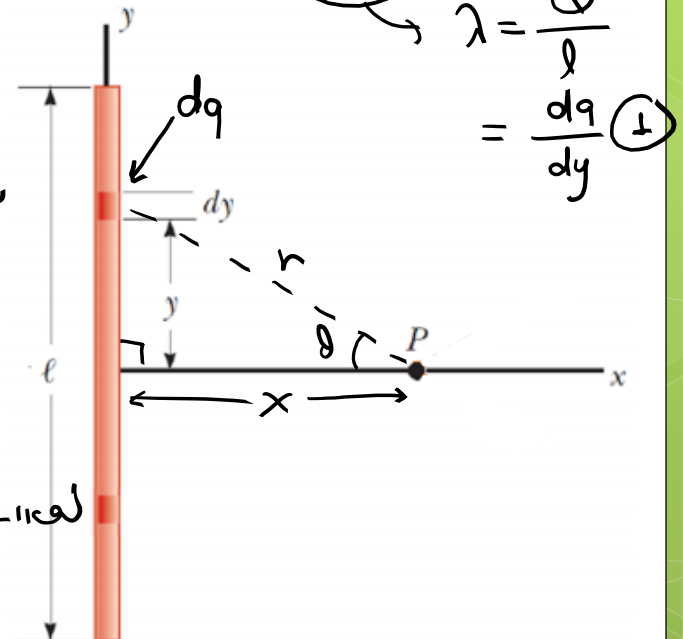
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

Θεωρούμε αμεροστά μικρά φορτία  $dq$ , μήκους  $dy$ .  
Το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P λόγω του φορτίου  $dq$  είναι:

$$dV_P = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{dq}{\sqrt{x^2 + y^2}} \stackrel{①}{=} k_e \frac{\lambda dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

"Αθροίζω" όλα τα συνεπόμενα ηλεκτρ. δυναμικά για κάθε φορτίο  $dq$  της ράβδου.

$$V_P = \int dV_P = k_e \lambda \int \frac{dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = k_e \lambda \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{dq}{dy} \text{ ①}$$

# Ηλεκτρικό Δυναμικό

## ● Παράδειγμα 1 – Λύση:

● Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο ίδιο σημείο.

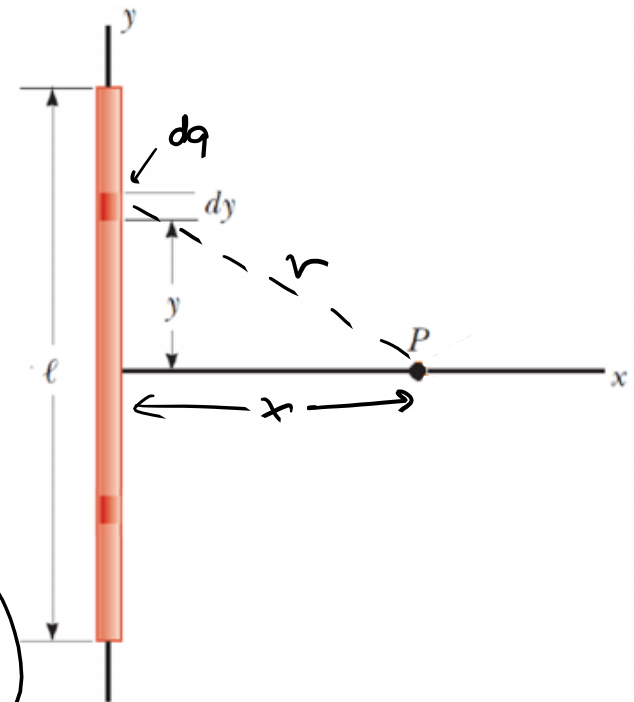
$$= k_e \lambda \left( \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2}) \right) \Big|_{y=-\frac{l}{2}}^{y=\frac{l}{2}}$$

$$= k_e \lambda \ln \left( \frac{\sqrt{x^2 + (\frac{l}{2})^2} + \frac{l}{2}}{\sqrt{x^2 + (\frac{l}{2})^2} - \frac{l}{2}} \right)$$

Το ηλεκτρ. πεδίο στο σημείο P έχει μόνο x-συνιστώσα, όπως έχουμε ήδη πει. Άρα

$$E_x^P = - \frac{dV^P}{dx} = - k_e \lambda \frac{d}{dx} \ln \left( \frac{\sqrt{x^2 + (\frac{l}{2})^2} + \frac{l}{2}}{\sqrt{x^2 + (\frac{l}{2})^2} - \frac{l}{2}} \right)$$

$$= \dots = k_e \frac{\lambda l}{x \sqrt{x^2 + (\frac{l}{2})^2}} = k_e \frac{Q}{x \sqrt{x^2 + (\frac{l}{2})^2}}$$



# Ηλεκτρικό Δυναμικό

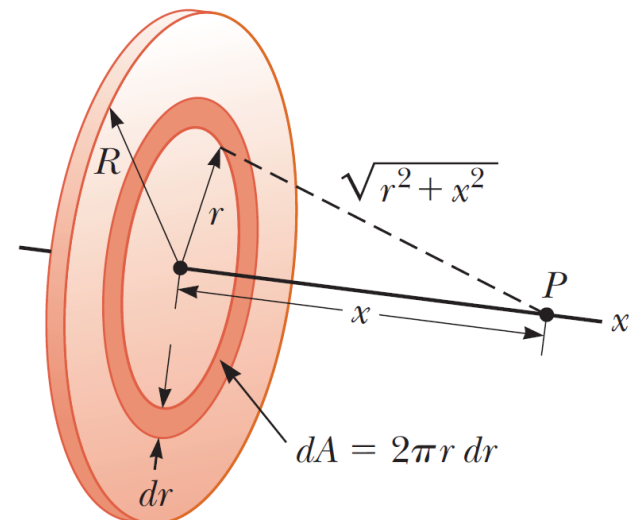
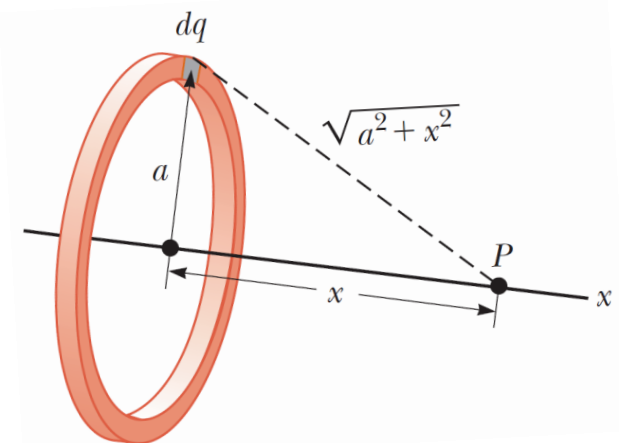
## ● Παράδειγμα 2 – Εξάσκηση ☺ :

- Δείξτε ότι το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο P για τις παρακάτω κατανομές φορτίου δίνεται από τις σχέσεις

$$V_P = k_e \frac{Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V_P = 2\pi\sigma k_e \left( \sqrt{x^2 + R^2} - x \right)$$

και βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο – που ήδη γνωρίζετε από προηγούμενες διαλέξεις – μέσω αυτών.



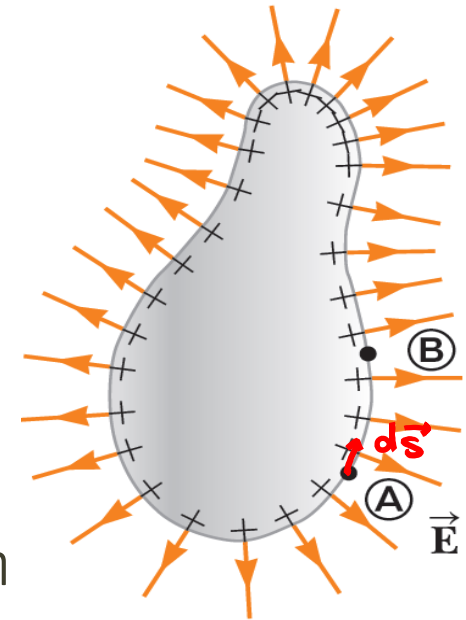
# Ηλεκτρικό Δυναμικό

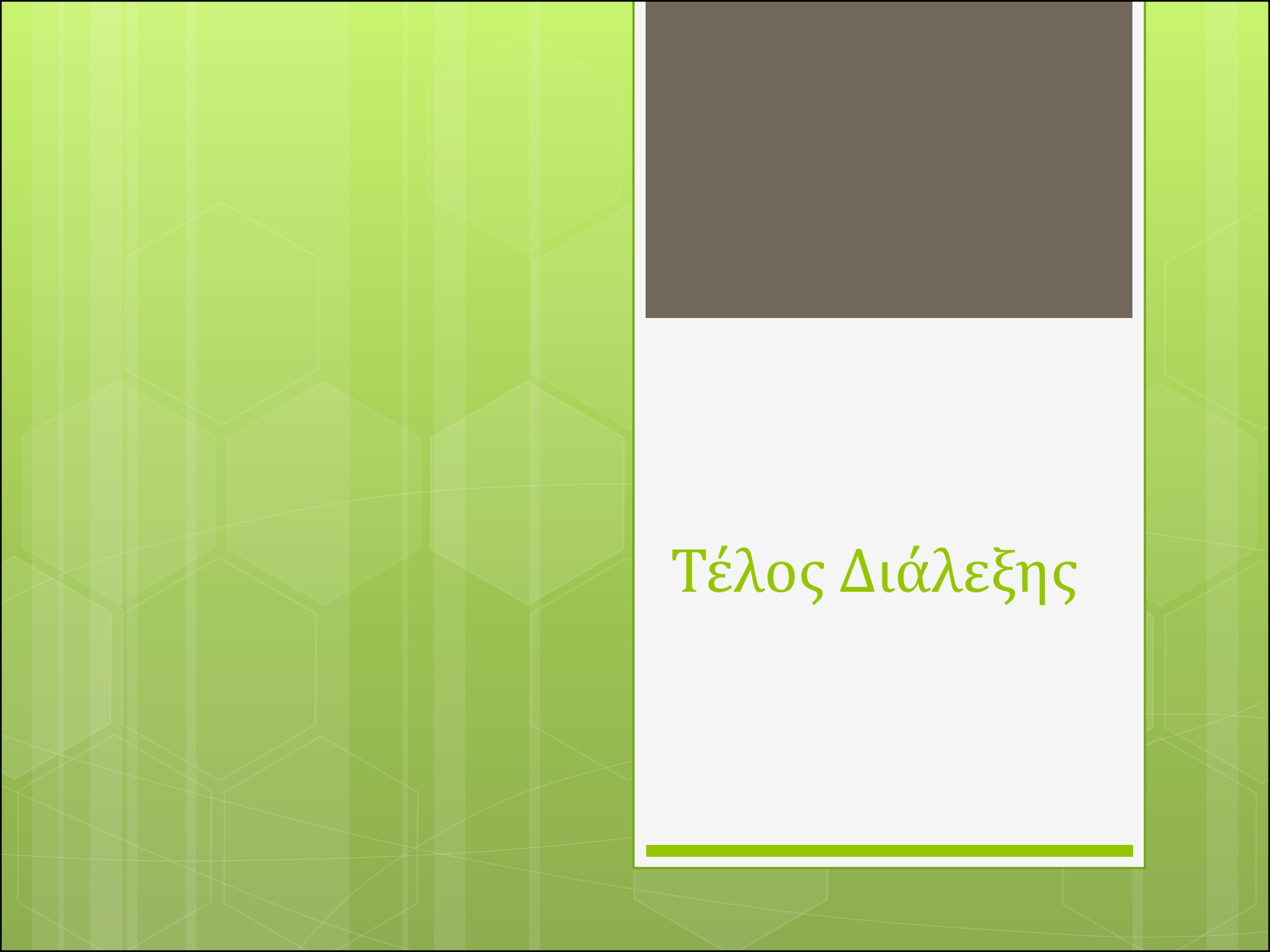
## ● Αγωγοί – Δυναμικό

- Ας δούμε αν υπάρχουν ιδιότητες αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία οι οποίες είναι σχετιζόμενες με το δυναμικό
- Έστω δυο σημεία A και B της επιφάνειας
  - Για κάθε μονοπάτι στην επιφάνειά του από το A στο B, το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετο στη μετατόπιση  $d\vec{s}$
  - Άρα

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

- **Συμπέρασμα**: η επιφάνεια οποιουδήποτε φορτισμένου αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία είναι μια επιφάνεια σταθερού δυναμικού: κάθε σημείο της επιφάνειας έχει το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό. Επιπλέον, το ηλεκτρικό δυναμικό είναι σταθερό οπουδήποτε εντός του αγωγού και ίσο με την τιμή του στην επιφάνεια





Τέλος Διάλεξης